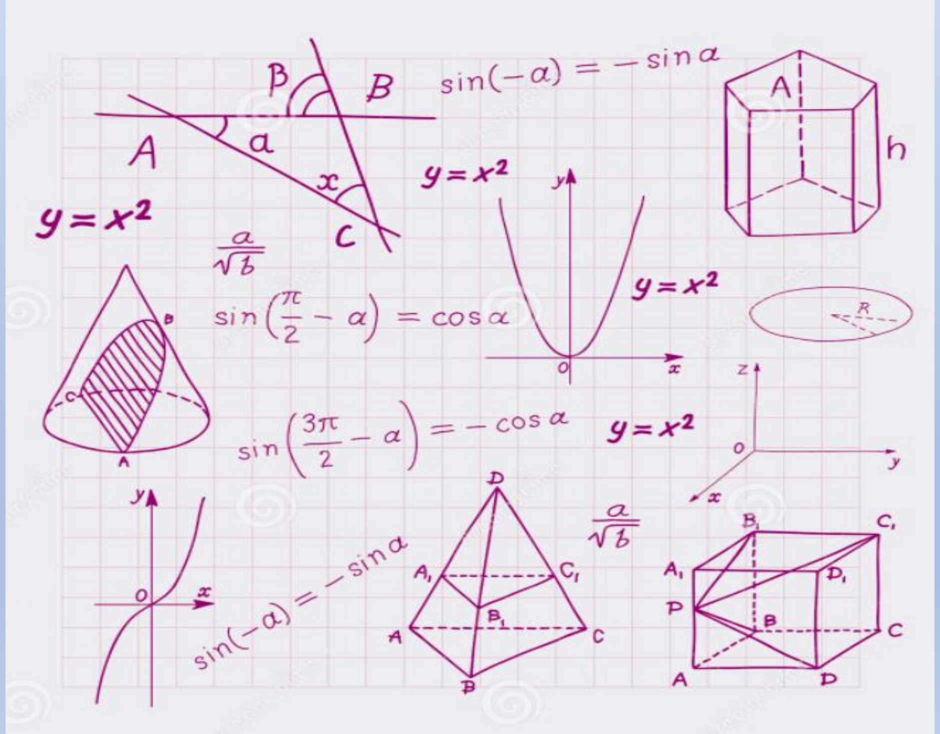
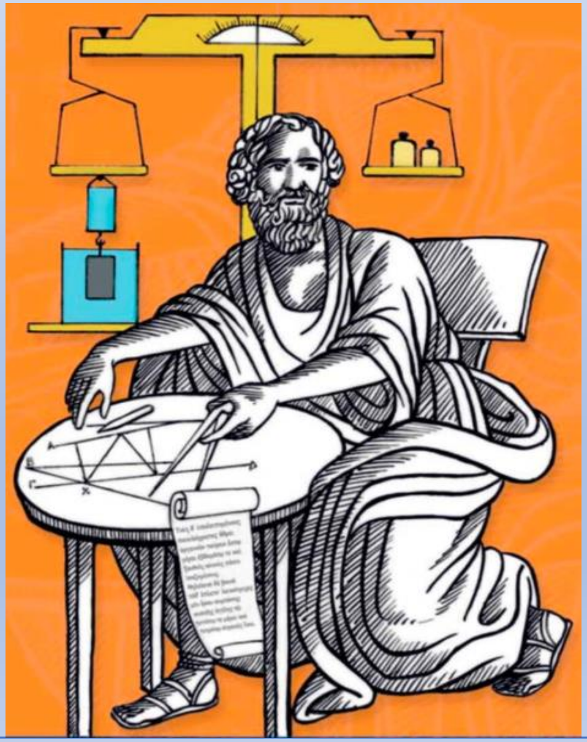
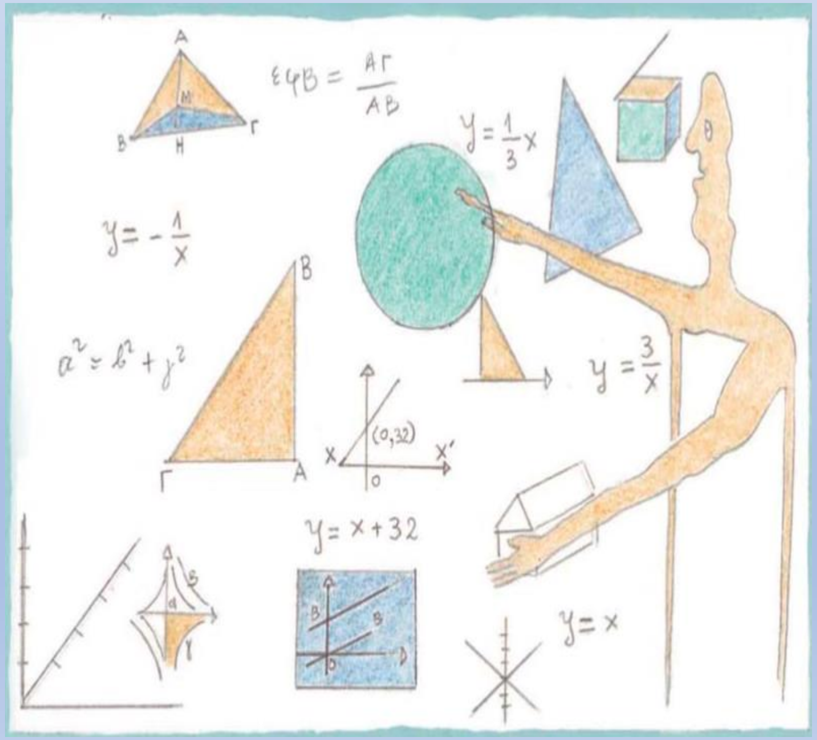
Πώς και γιατί μελετάμε Μαθηματικά;

«Μηδείς Αγεωμέτρητος εισίτω μοι την θύρα»
(Πλάτωνας, Πυθαγόρας)







Τι είναι τα Μαθηματικά;

- Τα Μαθηματικά τα γνωρίζουμε ως ένα σχολικό μάθημα αλλά δεν είναι μόνο αυτό.
- Όσο περισσότερο γνωρίσουμε τα Μαθηματικά, τόσο καλύτερα ερμηνεύουμε και κατανοούμε τον κόσμο γύρω μας!
- Τα Μαθηματικά μπορούν να γίνουν αντιληπτά από τον καθένα με την κατάλληλη προσπάθεια και επιμονή.

- Το πόσο καλά θα μπορέσει κανείς να μάθει Μαθηματικά εξαρτάται κυρίως από **σκληρή προπόνηση**(εξάσκηση), τους **δασκάλους** του, την **ψυχολογία** και την **προσωπικότητα** του καθενός.

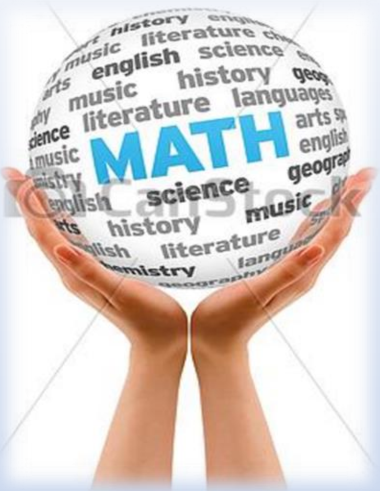
Γιατί μαθαίνουμε Μαθηματικά;

Η πιο συχνή ερώτηση που ακούμε από τους μαθητές είναι η πιο πάνω.

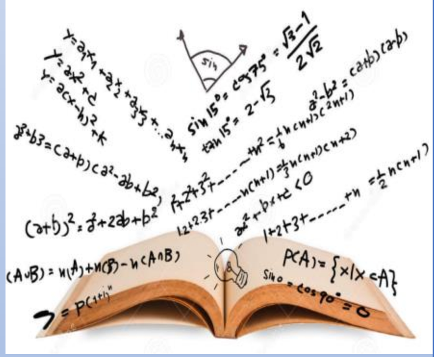
«Γιατί μαθαίνουμε τόσα πράγματα όταν το πιθανότερο είναι στη ζωή μας να χρησιμοποιούμε κυρίως τις τέσσερις αριθμητικές πράξεις;»

Η ιστορία των μαθηματικών ανάγεται στους πρώτους αιώνες ζωής, ενώ η πρόοδός τους υπήρξε σημαντικός παράγοντας στην άνοδο του βιοτικού επιπέδου και στη γενικότερη ανάπτυξη της τεχνολογίας.

Τα Μαθηματικά είναι παντού:



- ✓Στις Φυσικές Επιστήμες
  (Φυσική, Χημεία, Βιολογία, Μετεωρολογία)
- ✓Στην Πληροφορική και γενικότερα στην Τεχνολογία
- ✓Στις Οικονομικές Επιστήμες
- ✓Στις Τέχνες
  (Ζωγραφική, Μουσική, Αρχιτεκτονική)
- ✓Στην ίδια τη Φύση



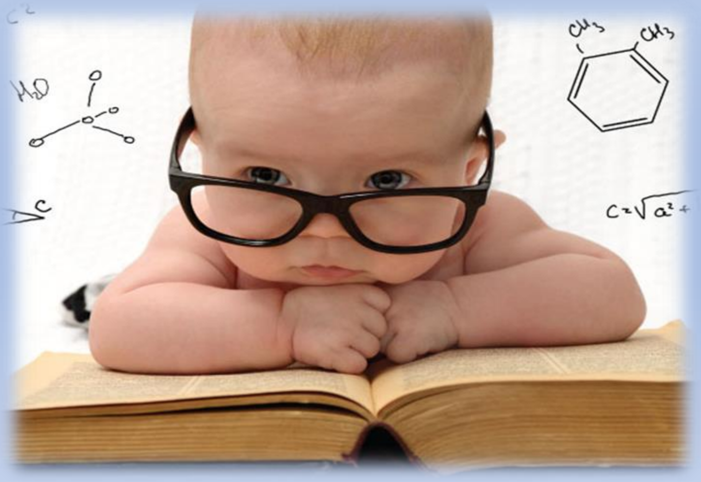
➢Αρκεί να πάρουμε έστω και κάτι μικρό από τη λογική των Μαθηματικών και το κέρδος θα είναι μεγάλο!

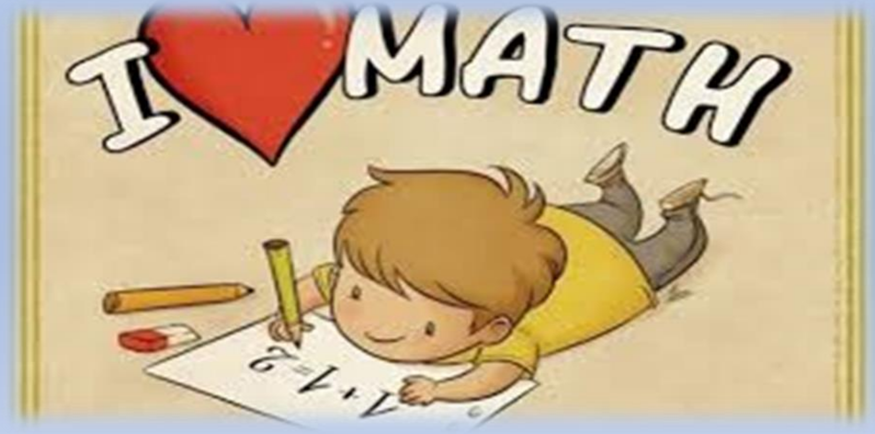
Ποιος ο ρόλος του βιβλίου στην εκμάθηση των Μαθηματικών;

Τα διδακτικά βιβλία που χρησιμοποιούνται στο μάθημα των Μαθηματικών είναι εμποτισμένα με τον σύγχρονο τρόπο σκέψης και έχουν ως στόχο τον καλύτερο δυνατό τρόπο προσέγγισης της ύλης καθώς και την ανάδειξη των βασικών δεξιοτήτων των μαθητών/τριών.

Η δομή των βιβλίων των Μαθηματικών χωρίζεται σε τρεις τομείς:

- Θεωρία
- Παραδείγματα
- Ασκήσεις





➢Κάθε ενότητα αρχίζει με την παρουσίαση των στόχων (δεικτών) και οι μαθητές/τριες παίρνουν μια πρώτη ιδέα ως προς το τι θα μάθουν.

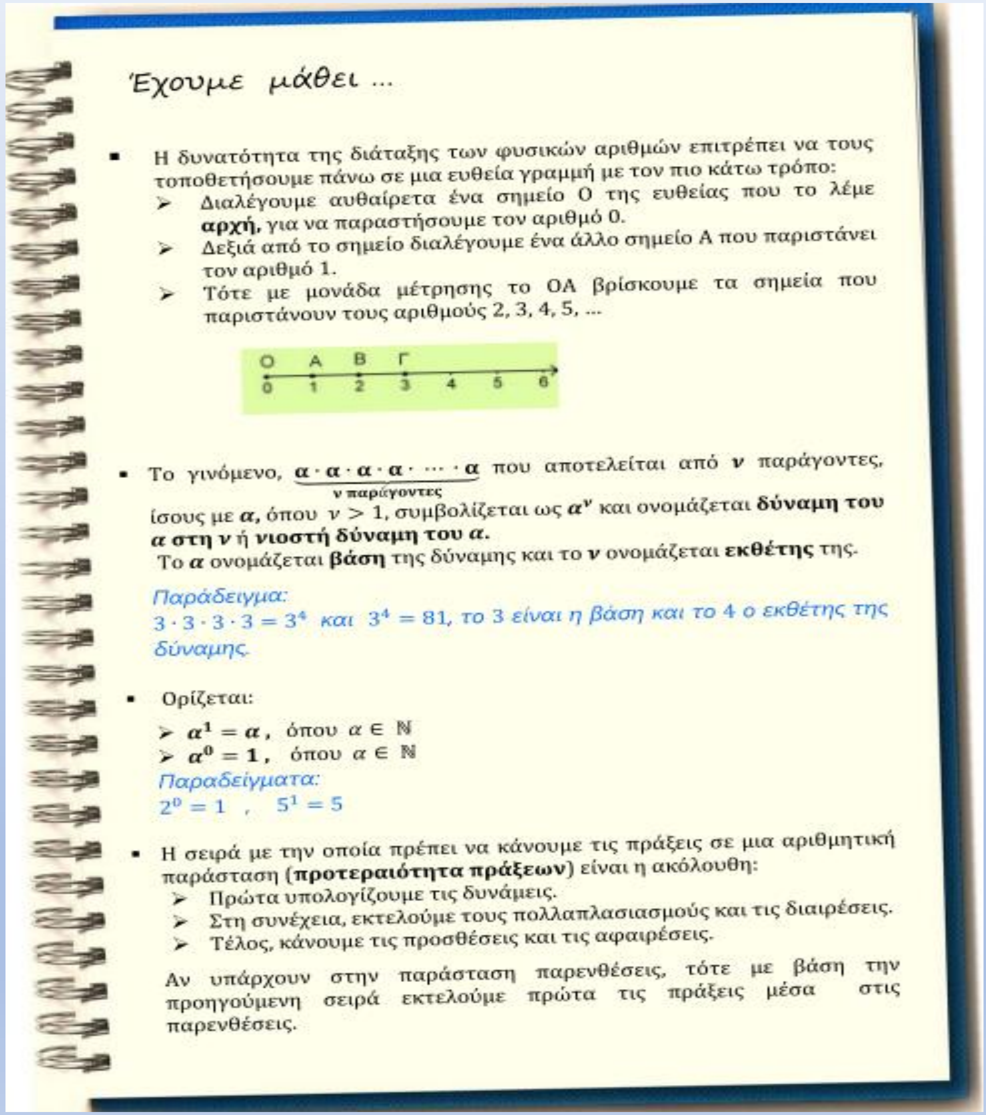
ΕΝΟΤΗΤΑ 4

Ακέραιοι – Ρητοί αριθμοί

Στην ενότητα αυτή θα μάθουμε:

- Να ορίζουμε το σύνολο των ακεραίων και των ρητών αριθμών.
- Να αναγνωρίζουμε, να συγκρίνουμε και να αναπαριστούμε θετικούς και αρνητικούς αριθμούς στην ευθεία των ρητών αριθμών.
- Να αναγνωρίζουμε ομόσημους, ετερόσημους, αντίθετους και αντίστροφους ρητούς αριθμούς.
- Να ορίζουμε και να διερευνούμε την έννοια της απόλυτης τιμής ενός ρητού αριθμού.
- Να ορίζουμε και να εκτελούμε πράξεις στο σύνολο των ρητών αριθμών.
- Να ορίζουμε και να υπολογίζουμε δυνάμεις με βάση ρητό αριθμό και εκθέτη φυσικό αριθμό.
- Να εκτιμούμε και να υπολογίζουμε την τιμή αριθμητικών παραστάσεων και την αριθμητική τιμή αλγεβρικών παραστάσεων.
- Να κατασκευάζουμε και να επιλύουμε προβλήματα με ρητούς αριθμούς και να ελέγχουμε κατά πόσον οι απαντήσεις μας είναι λογικές.
- Να βρίσκουμε το δεκαδικό ανάπτυγμα των ρητών αριθμών.
- Να διακρίνουμε από το δεκαδικό ανάπτυγμα ενός αριθμού κατά πόσον είναι ρητός αριθμός ή όχι.
- Να κατανοούμε και να εφαρμόζουμε αλγεβρικές τεχνικές, για να κάνουμε αναγωγή ομοίων όρων, να απλοποιούμε ή να αναλύουμε αλγεβρικές εκφράσεις.
- Να επιλύουμε εξισώσεις πρώτου βαθμού, χρησιμοποιώντας ποικιλία μεθόδων και να επιλύουμε προβλήματα με τη χρήση εξίσωσης.

➢ Ακολουθεί στο «Έχουμε μάθει…», η παρουσίαση της αναγκαίας προϋπάρχουσας γνώσης που οι μαθητές/τριες πρέπει να κατέχουν.



Έχουμε μάθει …

- Η δυνατότητα της διάταξης των φυσικών αριθμών επιτρέπει να τους τοποθετήσουμε πάνω σε μια ευθεία γραμμή με τον πιο κάτω τρόπο:
  - ➢ Διαλέγουμε αυθαίρετα ένα σημείο Ο της ευθείας που το λέμε **αρχή**, για να παραστήσουμε τον αριθμό 0.
  - ➢ Δεξιά από το σημείο διαλέγουμε ένα άλλο σημείο Α που παριστάνει τον αριθμό 1.
  - ➢ Τότε με μονάδα μέτρησης το ΟΑ βρίσκουμε τα σημεία που παριστάνουν τους αριθμούς 2, 3, 4, 5, …

Ο Α Β Γ
0 1 2 3 4 5 6

- Το γινόμενο, $\underbrace{\alpha\cdot\alpha\cdot\alpha\cdot\alpha\cdot\cdots\cdot\alpha}_{\nu\ \text{παράγοντες}}$ που αποτελείται από ν παράγοντες, ίσους με α, όπου $\nu > 1$, συμβολίζεται ως α^ν και ονομάζεται **δύναμη του α στη ν** ή **νιοστή δύναμη του α.**
  Το α ονομάζεται **βάση** της δύναμης και το ν ονομάζεται **εκθέτης** της.

  Παράδειγμα:
  $3\cdot3\cdot3\cdot3 = 3^4$ και $3^4 = 81$, το 3 είναι η βάση και το 4 ο εκθέτης της δύναμης.

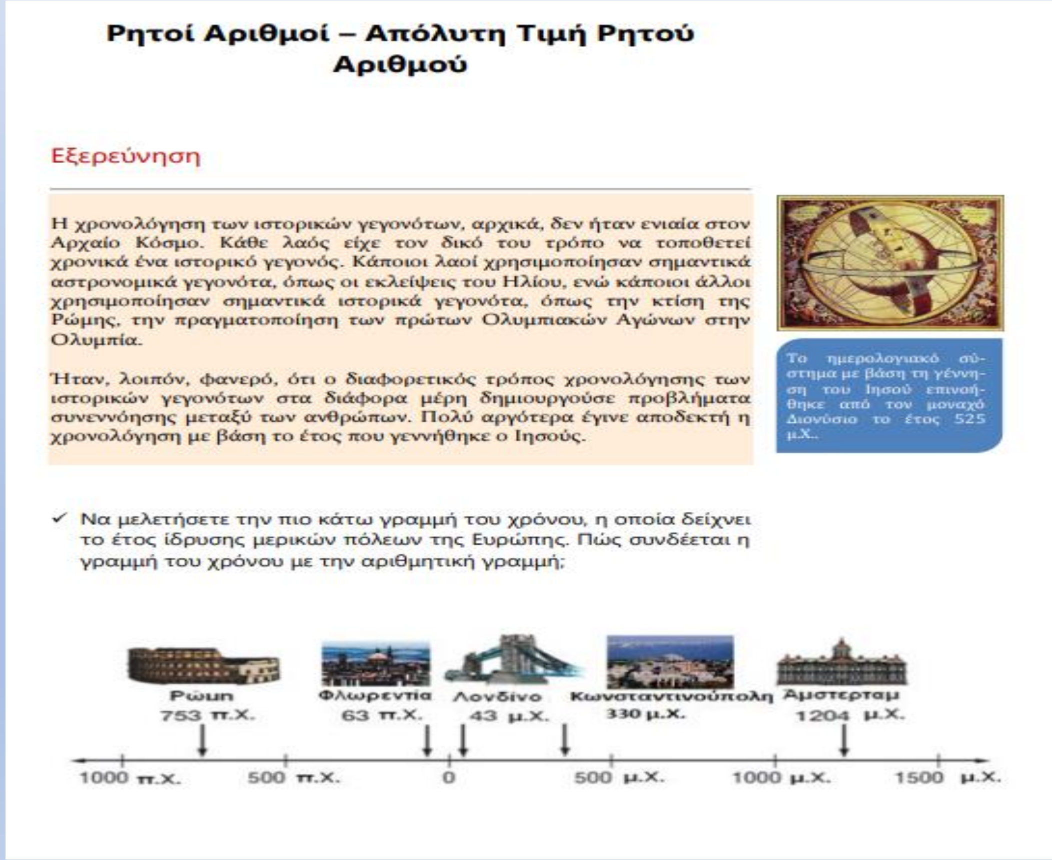
- Ορίζεται:
  - ➢ $\alpha^1 = \alpha$, όπου $\alpha \in \mathbb{N}$
  - ➢ $\alpha^0 = 1$, όπου $\alpha \in \mathbb{N}$

  Παραδείγματα:
  $2^0 = 1$, $5^1 = 5$

- Η σειρά με την οποία πρέπει να κάνουμε τις πράξεις σε μια αριθμητική παράσταση (**προτεραιότητα πράξεων**) είναι η ακόλουθη:
  - ➢ Πρώτα υπολογίζουμε τις δυνάμεις.
  - ➢ Στη συνέχεια, εκτελούμε τους πολλαπλασιασμούς και τις διαιρέσεις.
  - ➢ Τέλος, κάνουμε τις προσθέσεις και τις αφαιρέσεις.

  Αν υπάρχουν στην παράσταση παρενθέσεις, τότε με βάση την προηγούμενη σειρά εκτελούμε πρώτα τις πράξεις μέσα στις παρενθέσεις.

➢ Στη συνέχεια, οι νέες μαθηματικές έννοιες διερευνώνται, συχνά με τη βοήθεια της τεχνολογίας η οποία αποτελεί αναπόσπαστο μέρος της Μαθηματικής Εκπαίδευσης, και με τρόπο που οι μαθητές/τριες να εξάγουν μόνοι τους τη νέα γνώση.



Ρητοί Αριθμοί – Απόλυτη Τιμή Ρητού Αριθμού

Εξερεύνηση

Η χρονολόγηση των ιστορικών γεγονότων, αρχικά, δεν ήταν ενιαία στον Αρχαίο Κόσμο. Κάθε λαός είχε τον δικό του τρόπο να τοποθετεί χρονικά ένα ιστορικό γεγονός. Κάποιοι λαοί χρησιμοποίησαν σημαντικά αστρονομικά γεγονότα, όπως οι εκλείψεις του Ηλίου, ενώ κάποιοι άλλοι χρησιμοποίησαν σημαντικά ιστορικά γεγονότα, όπως την κτίση της Ρώμης, την πραγματοποίηση των πρώτων Ολυμπιακών Αγώνων στην Ολυμπία.

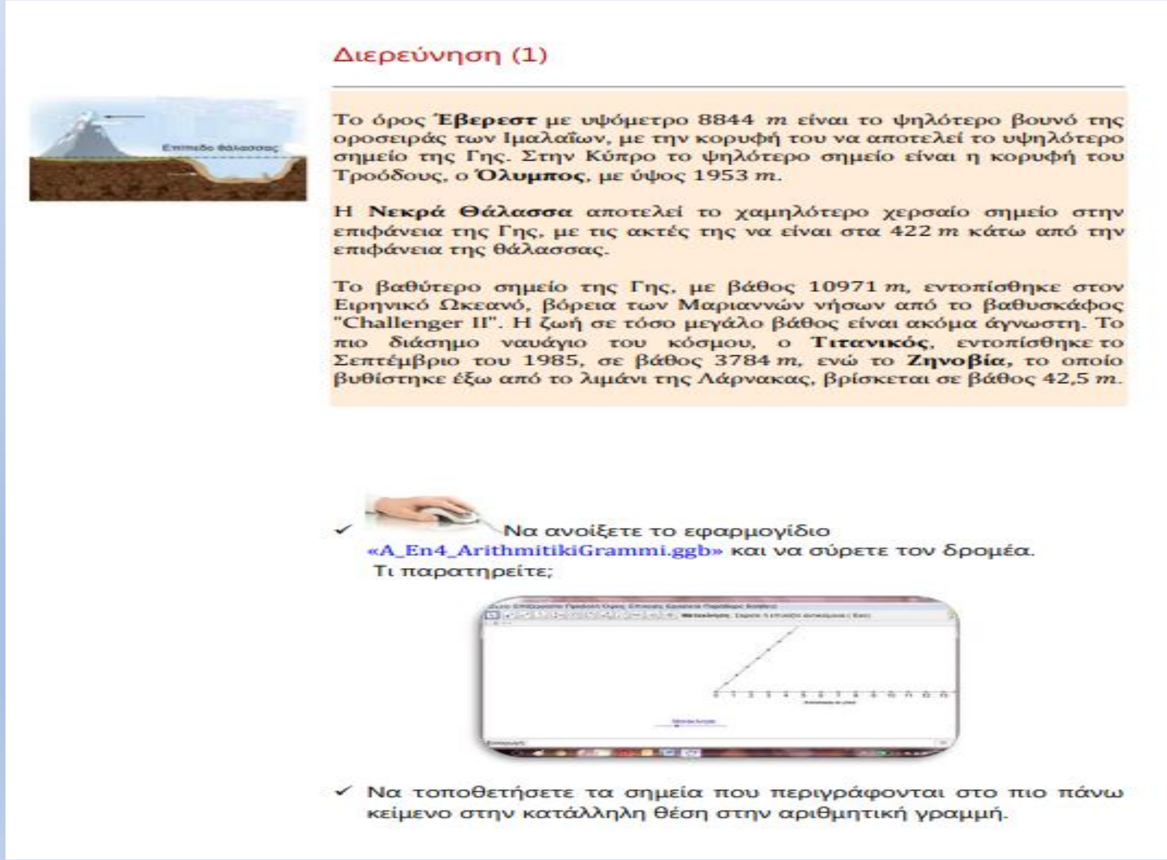
Ήταν, λοιπόν, φανερό, ότι ο διαφορετικός τρόπος χρονολόγησης των ιστορικών γεγονότων στα διάφορα μέρη δημιουργούσε προβλήματα συνεννόησης μεταξύ των ανθρώπων. Πολύ αργότερα έγινε αποδεκτή η χρονολόγηση με βάση το έτος που γεννήθηκε ο Ιησούς.

Το ημερολογιακό σύστημα με βάση τη γέννηση του Ιησού επινοήθηκε από τον μοναχό Διονύσιο το έτος 525 μ.Χ..

✓ Να μελετήσετε την πιο κάτω γραμμή του χρόνου, η οποία δείχνει το έτος ίδρυσης μερικών πόλεων της Ευρώπης. Πώς συνδέεται η γραμμή του χρόνου με την αριθμητική γραμμή;

Ρώμη 753 π.Χ. | Φλωρεντία 63 π.Χ. | Λονδίνο 43 μ.Χ. | Κωνσταντινούπολη 330 μ.Χ. | Άμστερνταμ 1204 μ.Χ.

1000 π.Χ. | 500 π.Χ. | 0 | 500 μ.Χ. | 1000 μ.Χ. | 1500 μ.Χ.



Διερεύνηση (1)

Επίπεδο θάλασσας

Το όρος **Έβερεστ** με υψόμετρο 8844 m είναι το ψηλότερο βουνό της οροσειράς των Ιμαλαΐων, με την κορυφή του να αποτελεί το υψηλότερο σημείο της Γης. Στην Κύπρο το ψηλότερο σημείο είναι η κορυφή του Τροόδους, ο **Όλυμπος**, με ύψος 1953 m.

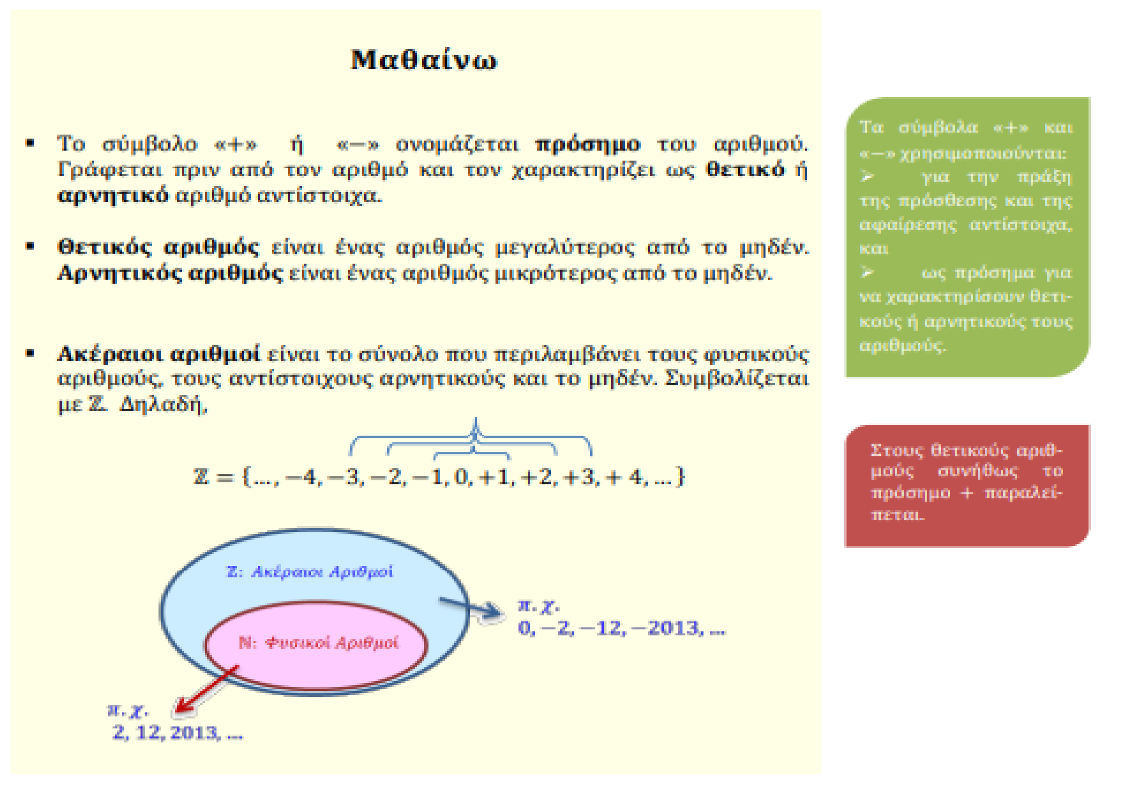
Η **Νεκρά Θάλασσα** αποτελεί το χαμηλότερο χερσαίο σημείο στην επιφάνεια της Γης, με τις ακτές της να είναι στα 422 m κάτω από την επιφάνεια της θάλασσας.

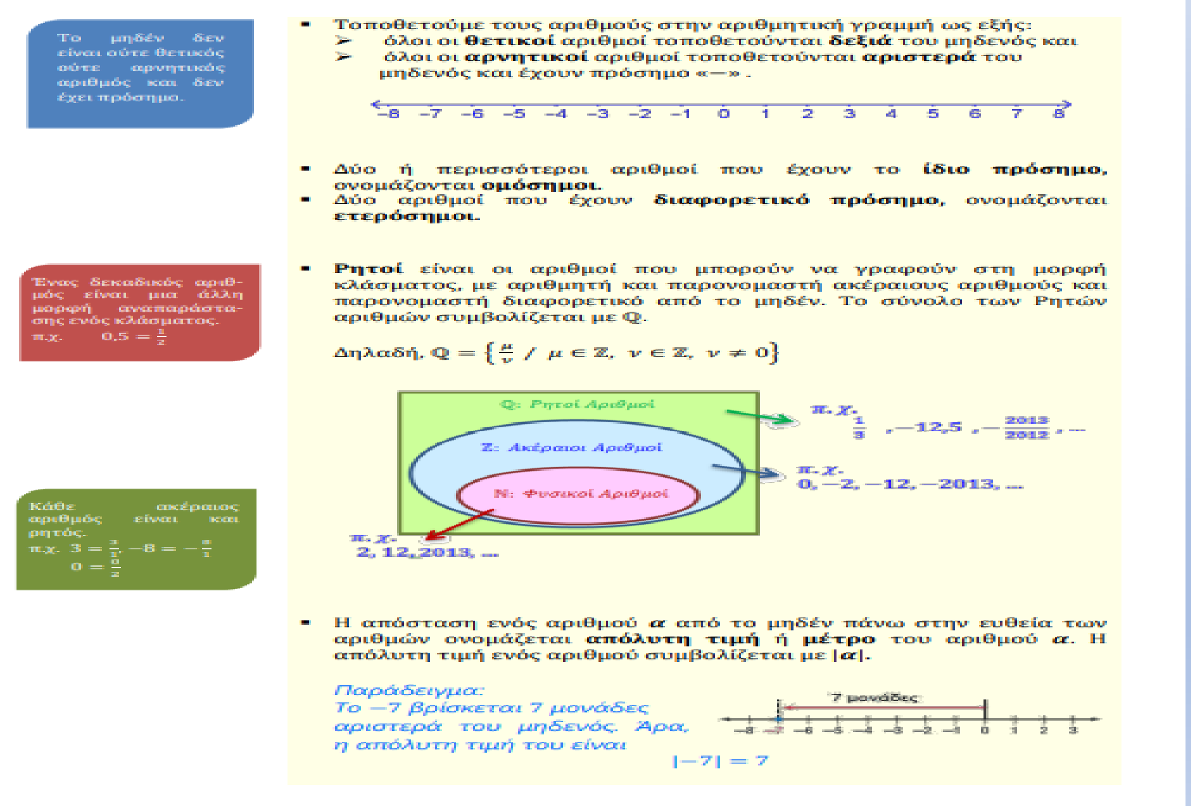
Το βαθύτερο σημείο της Γης, με βάθος 10971 m, εντοπίσθηκε στον Ειρηνικό Ωκεανό, βόρεια των Μαριαννών νήσων από το βαθυσκάφος "Challenger II". Η ζωή σε τόσο μεγάλο βάθος είναι ακόμα άγνωστη. Το πιο διάσημο ναυάγιο του κόσμου, ο **Τιτανικός**, εντοπίσθηκε το Σεπτέμβριο του 1985, σε βάθος 3784 m, ενώ το **Ζηνοβία**, το οποίο βυθίστηκε έξω από το λιμάνι της Λάρνακας, βρίσκεται σε βάθος 42,5 m.

✓ Να ανοίξετε το εφαρμογίδιο «A_En4_ArithmitikiGrammi.ggb» και να σύρετε τον δρομέα. Τι παρατηρείτε;

✓ Να τοποθετήσετε τα σημεία που περιγράφονται στο πιο πάνω κείμενο στην κατάλληλη θέση στην αριθμητική γραμμή.

Ακολούθως, στο «Μαθαίνω» διατυπώνονται ορισμοί των νέων εννοιών, θεωρημάτων, ιδιοτήτων που αποτελούν τη θεωρία του μαθήματος. Ο μαθητής καλείται να κατανοήσει τη θεωρία του μαθήματος και να είναι σε θέση να τη <u>διατυπώνει λεκτικά και γραπτώς</u>





➢Τέλος, δίνονται παραδείγματα και διαβαθμισμένες δραστηριότητες με έμφαση στη λύση προβλήματος.

Παραδείγματα

1. Από τους πιο κάτω αριθμούς να επιλέξετε:
   (α) τους φυσικούς: $-4,\ \frac{2}{3},\ 2013,\ 9,\ -\frac{4}{5}$
   (β) τους ακέραιους: $-\frac{1}{5},\ +6{,}7,\ -1001,\ \frac{4}{3},\ 0$
   (γ) τους αρνητικούς ακέραιους $-35,\ 13,\ -\frac{1}{8},\ -1{,}5,\ -\frac{1}{4}$

Λύση:

(α) *Φυσικοί είναι οι αριθμοί:* $-4,\ \frac{2}{3},\ 2013,\ 9,\ -\frac{4}{5}$

(β) *Ακέραιοι είναι οι αριθμοί:*

$$-\frac{1}{5},\ +6{,}7,\ -1001,\ \frac{4}{3},\ 0$$

(γ) *Αρνητικοί ακέραιοι είναι:* $-35,\ 13,\ -\frac{1}{8},\ -1{,}5,\ -\frac{1}{4}$

2. Δίνεται ο αριθμός -15. Να βρείτε:
   (α) την απόλυτη τιμή του
   (β) έναν άλλον αριθμό που έχει την ίδια απόλυτη τιμή με το -15

Λύση:

(α) *Το -15 βρίσκεται 15 μονάδες αριστερά από το μηδέν. Η απόλυτη τιμή του είναι 15, δηλαδή* $|-15| = 15$.

(β) *Ο αριθμός $+15$, ο οποίος βρίσκεται 15 μονάδες δεξιά του μηδενός, έχει την ίδια απόσταση από το μηδέν με το -15. Άρα, οι αριθμοί $+15$ και -15 έχουν την ίδια απόλυτη τιμή.*

$$|-15| = |+15| = 15$$

3. Να υπολογίσετε την τιμή των παραστάσεων:
   $A = |5{,}5| + |-6|$ και $B = |5-3| + \left|-\frac{1}{2}\right|$

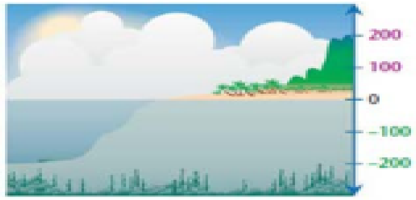
Λύση:

$A = |5{,}5| + |-6| = 5{,}5 + 6 = 11{,}5$ *Υπολογίζουμε την απόλυτη τιμή και στη συνέχεια εκτελούμε την πρόσθεση.*

$B = |5-3| + \left|-\frac{1}{2}\right| = |2| + \left|-\frac{1}{2}\right| = 2 + \frac{1}{2} = 2\frac{1}{2}$ *Υπολογίζουμε τη διαφορά, στη συνέχεια την απόλυτη τιμή και τέλος εκτελούμε την πρόσθεση.*

Δραστηριότητες

1. Να σημειώσετε τη θέση των αντικειμένων και των προσώπων στη διπλανή εικόνα, σύμφωνα με τις πιο κάτω πληροφορίες:
   (α) Το υποβρύχιο βρίσκεται σε βάθος 115 m κάτω από την επιφάνεια της θάλασσας.
   (β) Το αερόστατο βρίσκεται σε ύψος 220 m.
   (γ) Ο ορειβάτης βρίσκεται σε ύψος 150 m.
   (δ) Η άγκυρα βρίσκεται σε βάθος 102,5 m κάτω από την επιφάνεια της θάλασσας.



2. Να τοποθετήσετε τους αριθμούς των πιο κάτω συνόλων στις αντίστοιχες αριθμητικές γραμμές:
   (α) $\{-4\ ,\ 5\ ,\ 4\ ,\ -3\ ,\ 1\}$
   (β) $\{-5\frac{1}{2}\ ,\ -1\frac{1}{4}\ ,\ 6{,}5\ ,\ -3\ ,\ -\frac{1}{2}\}$

3. Να συμπληρώσετε τον πιο κάτω πίνακα, όπως στο παράδειγμα.

	ΦΥΣΙΚΟΣ	ΑΚΕΡΑΙΟΣ	ΡΗΤΟΣ	ΘΕΤΙΚΟΣ	ΑΡΝΗΤΙΚΟΣ
2013	✓	✓	✓	✓	
−99					
−4,052					
+0,023					
$-\frac{4}{5}$					
3^4					

Πώς μελετάμε Μαθηματικά αποτελεσματικά;

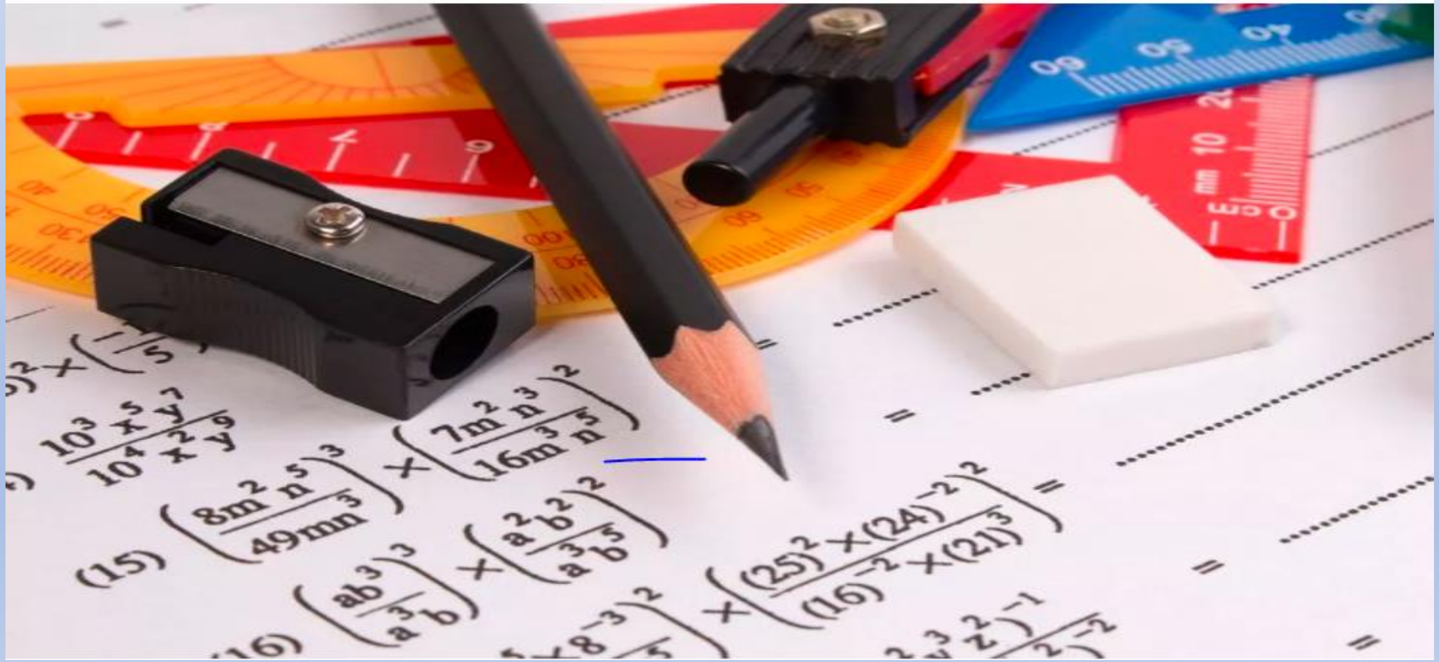
- **Προσοχή στην τάξη.** Η μάθηση ξεκινά στην τάξη κι εκεί γίνεται ουσιαστικά η μισή δουλειά. Για αυτό:

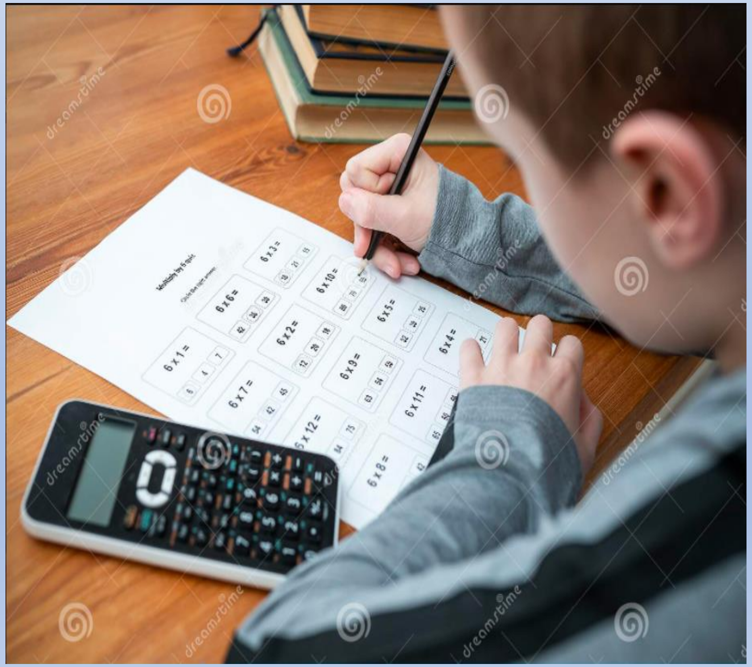
- ✓ Πρέπει να ξεκαθαρίζουμε αμέσως τις αμφιβολίες μας **ρωτώντας τον καθηγητή** μας. Τα μαθηματικά δεν είναι μάθημα όπου οι απορίες μπορούν να περιμένουν.
- ✓ **Φροντίζουμε το τετράδιό μας** να είναι συγυρισμένο κρατώντας λεπτομερείς σημειώσεις και γράφοντας τη θεωρία και τα παραδείγματα που δίνονται.

- **Δουλειά στο σπίτι.** Τα Μαθηματικά χρειάζονται επιμονή και συνεχή εξάσκηση!

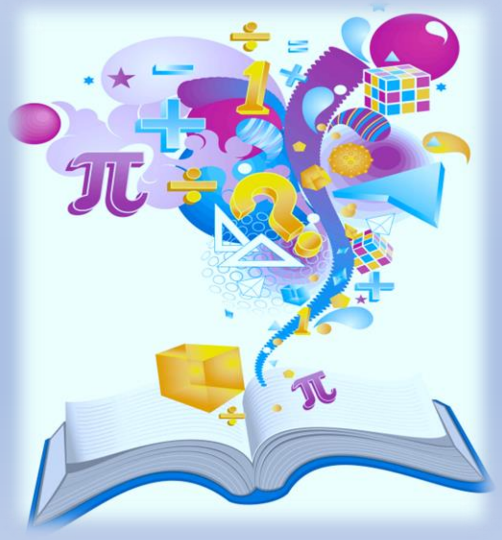
Μέσω της επανάληψης και των ασκήσεων διατηρούνται στη μνήμη μας όσα έχουμε κατανοήσει.

Για αυτό και ο ρόλος της εργασίας στο σπίτι είναι εξαιρετικά σημαντικός!





- ✓Διαβάζουμε τον τίτλο και θυμόμαστε τι συζητούσαμε στην τάξη.
- ✓Μελετούμε τη θεωρία, τους ορισμούς.
- ✓Διαβάζουμε τις εφαρμογές-παραδείγματα που κάναμε στην τάξη (αν χρειαστεί τα λύνουμε ξανά πρόχειρα).
- ✓Ξεκινάμε να λύνουμε τις ασκήσεις που έχουμε. Αν προκύπτουν απορίες, τις σημειώνουμε και ρωτάμε τον καθηγητή μας.
- ✓Δεν τα παρατάμε με την πρώτη δυσκολία!



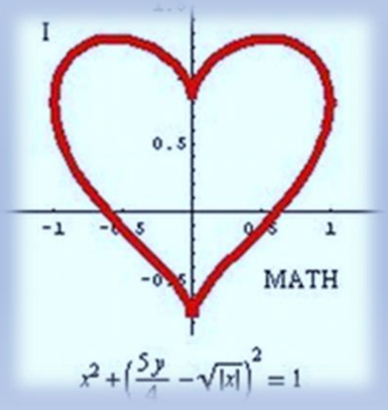
ΠΡΟΣΟΧΗ!!!

Αν δεν τα καταφέρνουμε σε μια άσκηση:

- ✓Ξαναβλέπουμε τις σημειώσεις μας και τα λυμένα παραδείγματα του βιβλίου. Μπορεί να υπάρχει μια παρόμοια άσκηση λυμένη που θα μας βοηθήσει!
- ✓Την σημειώνουμε για να την συζητήσουμε στην τάξη.
- ✓Φέρνουμε στην τάξη τις δοκιμές που κάναμε ακόμα κι αν είναι λάθος. Έτσι βλέπει ο καθηγητής ότι προσπαθήσαμε να λύσουμε την άσκηση αλλά κυρίως βλέπει τον συλλογισμό μας καθώς και πού δυσκολευόμαστε ώστε να δώσει εκεί έμφαση.
- ✓Από τα λάθη μας μαθαίνουμε!

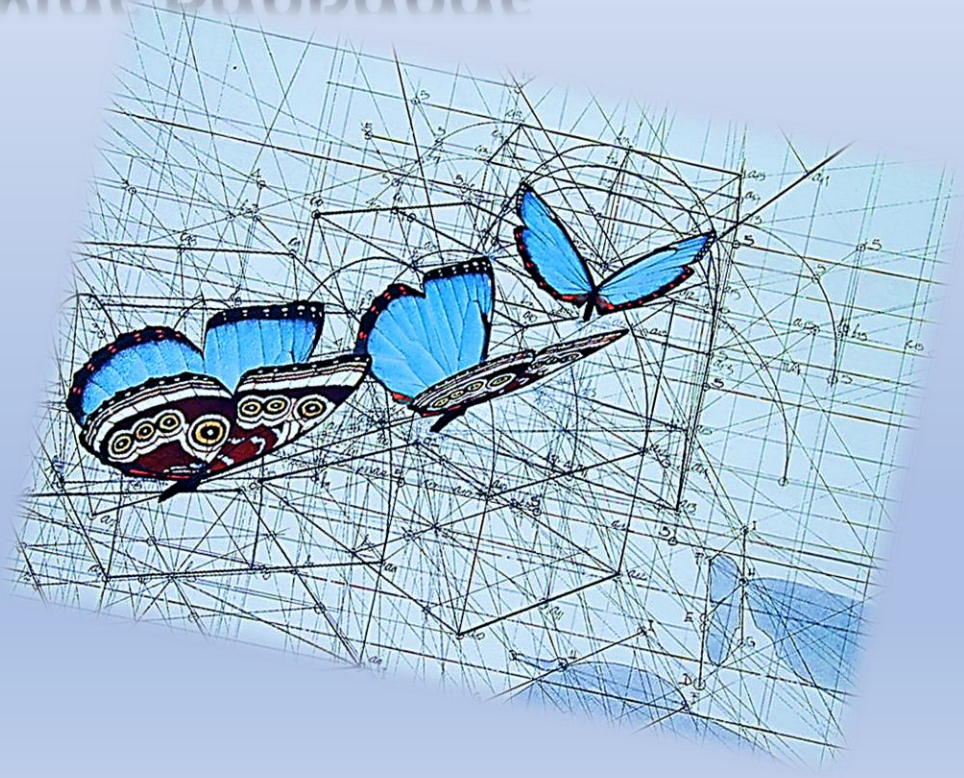
- **Η επιστροφή στην τάξη.** Στο επόμενο μάθημα λύνονται στην τάξη οι ασκήσεις που δόθηκαν στους μαθητές ως κατοίκων εργασία. Έτσι δίνεται η ευκαιρία να λύσουμε απορίες, να συζητήσουμε σκέψεις, να δούμε εναλλακτικούς τρόπους επίλυσης ασκήσεων κ.τ.λ. Με λίγα λόγια καλύπτουμε κενά και προχωράμε.

- Σε κάθε περίπτωση οι καθηγητές των παιδιών σας είναι εδώ για εκείνα. Στόχος μας είναι να αγαπήσουν το μάθημα και όχι να το φοβούνται!
- Κάθε πρόβλημα λύνεται, αρκεί να το μοιραστούν μαζί μας. Δεν πρέπει ποτέ να διστάζουν να απευθυνθούν σε εμάς!
- Ο δικός μας ρόλος ολοκληρώνεται όταν γινόμαστε δρόμος για να πετύχουν οι μαθητές/τριές μας τα όνειρά τους!



Ευχαριστούμε για την προσοχή σας!
Καλή Αρχή!

Ομάδα Μαθηματικών
Περιφερειακού Γυμνασίου Αγίας Βαρβάρας



Α. Αθανασίου (Β.Δ.)
Χ. Ολυμπίου – Σάββα
Ε. Πέτρου
Π. Χατζηχάννα
Φ. Κοκκοφίτης
Ε. Ευρυπίδου